Área: Finanças

Um teste do modelo CAPM no mercado de capitais brasileiro via GMM

Resumo

Neste trabalho é realizado um teste da validade do modelo de formação de preços de ativos de capital (CAPM – *capital asset pricing model*) zero-beta via o método dos momentos generalizado (GMM – *generalized method of moments*) no mercado brasileiro. Escolheu-se o método GMM a fim de testar os modelos CAPM não-condicionais (Sharpe-Litner e zero-beta) no mercado de capitais brasileiro, pois as séries dos log-retornos diários de ações analisadas não se mostraram normais e independentes e identicamente distribuídas (IID). Aplicaremos o conhecido teste BDS, desenvolvido por Brock et alii (1996), a fim de verificar se a série dos log-retornos de ações são IID. O teste BDS é um teste *portmanteau* relacionado a dependência em séries de tempo. Constatamos que o modelo CAPM de SL, tanto em termos da SELIC como do CDI, não pode ser rejeitado ao nível de 5% para o período de 2/1/00 até 31/12/04. Já para os períodos de 2/1/95 até 31/12/99 e de 2/1/95 até 31/12/04, tal modelo foi rejeitado ao nível de 5%. Dessa forma, para o modelo CAPM de SL, tanto em termos da SELIC como do CDI, o índice BOVESPA se comportou como um portfólio eficiente somente no período de 2/1/00 até 31/12/04. Já para o modelo CAPM zero-beta, verifica-se a sua não rejeição ao nível de 5% nos três períodos analisados acima.

Abstract

This paper will test the validity of the CAPM (capital asset pricing model) zero-beta model by GMM (generalized method of moments). The GMM method have been chosen in order to test non-conditional CAPM (Sharpe-Lintner and zero-beta) model in Brazilian security market, because the daily log-returns series of the analyzed shares did not showed itselves as normal and IID. The BDS test, developed by Brock et alii (1996), will be applied to verify if log-returns series are IID. We have realized that the SL CAPM model, either in terms of SELIC rate as of CDI rate (risk-free assets), can not be rejected at 5% level for the period from 2/1/00 until 31/12/04. For the periods from 2/1/95 until 31/12/99 and from 2/1/95 until 31/12/04, the given model was rejected at the 5% level. This way, for the SL CAPM model, either in terms of SELIC rate as of CDI rate, the BOVESPA index has behaved as an efficient portfolio only on the period from 2/1/00 until 31/12/04. For the zero-beta CAPM model, it can be verified that we cannot reject it at the 5% level in none of the three periods analyzed above.

Palavras-chave: CAPM, IBOVESPA, GMM e distribuição elíptica multivariada.

1. INTRODUÇÃO

Roll (1977), em sua famosa crítica aos testes empíricos do CAPM, argumenta ser impossível observar o portfólio de mercado, o que, conseqüentemente, implica na falta de objetividade para se concluir acerca da validade do modelo citado. Os testes empíricos do CAPM acabam sendo, segundo Roll, testes de eficiência do portfólio de mercado, pois o CAPM requer que o portfólio de mercado, a qual todos os títulos estão referenciados, seja eficiente em termos do retorno esperado e da variância. Stambaugh (1982) mostrou, através da utilização de vários portfólios do mercado norte-americano que serviram como proxy de mercado, que, de fato, as inferências são similares entre as diversas proxies. Adicionalmente Shanken (1987 *apud* BONOMO et alii, 2004, p. 31) mostrou que, se tivermos uma correlação entre a proxy de mercado e o "verdadeiro portfólio de mercado" maior que 0,7, então a rejeição do modelo com a proxy de mercado também implicará sua rejeição com o "verdadeiro portfólio de mercado". Bonomo et alii (2004) utilizaram-se do IBOVESPA como proxy de mercado, remetendo-se ao fato de que sua utilização não leva a perdas significativas no teste do modelo CAPM. Analisando o CAPM de forma pragmática, a maioria dos artigos concorda que o modelo não é "literalmente" verdadeiro. A especificação do modelo é obtida num cenário estático e só valeria intertemporalmente admitindo-se fortes premissas (BONOMO et alii, 2004, p. 27). Este artigo tem por objetivo verificar se o modelo CAPM não-condicional, tanto na versão Sharpe-Lintner quanto na versão zero-beta, é eficiente em termos do retorno esperado e da variância no mercado de capitais brasileiro.

2. DERIVAÇÃO ECONÔMICA DO MODELO CAPM

As derivações de Sharpe (1964) e Lintner (1965) para o modelo CAPM assumem a existência de um mercado onde há a possibilidade de se tomar e emprestar dinheiro à taxa livre de risco. Para esta versão, o retorno esperado do ativo i é

$$E[R_i] = R_f + b_{im}(E[R_m] - R_f), \tag{0.1}$$

$$b_{im} = \frac{Cov[R_i, R_m]}{Var[R_m]}. \tag{0.2}$$

sendo que R_m é o retorno do portfólio de mercado, R_f é o retorno do ativo livre de risco e b_{im} é uma medida de risco sistemático. A versão Sharpe-Lintner pode ser expressamente mais compactada em termos dos retornos em excesso $Z_i = R_i - R_f$.

$$E[Z_i] = b_{im}E[Z_m], \tag{0.3}$$

$$b_{im} = \frac{Cov[Z_i, Z_m]}{Var[Z_m]}, \tag{0.4}$$

sendo que Z_m representa o retorno em excesso em relação ao portfólio de mercado.

Na ausência da taxa livre de risco, Black (1972) derivou uma versão do CAPM mais geral. Nesta versão, conhecida por zero-beta, o retorno em excesso esperado do ativo i em relação ao retorno zero-beta R_{om} é linearmente relacionado com o seu beta. O modelo CAPM zero-beta terá a seguinte representação:

$$E[R_i] = E[R_{om}] + b_{im}(E[R_m] - E[R_{om}]), \tag{0.5}$$

sendo que R_m é o retorno do portfólio de mercado, e R_{om} é o retorno do portfólio zero-beta associado com R_m. R_{om} é definido como sendo o portfólio (não-observável) de mínima variância de todos os portfólios não-correlacionados com o portfólio de mercado.

PRÉ-REQUISITOS CONCEITUAIS

2.1.1. Distribuição elíptica multivariada

Segundo Bonomo et alii (2004, p. 24), ao adotar o procedimento de estimação do modelo CAPM da versão Sharpe-Lintner[1] assumindo normalidade multivariada, estamos estimando uma matriz de covariâncias dos estimadores de forma incorreta. Isso cria um viés nas estatísticas dos testes de hipóteses. Mackinlay e Richardson (1991) quantificam o viés e mostram que, ao assumir a hipótese de normalidade multivariada, com retornos de ações IID, em detrimento da hipótese de distribuição t de Student multivariada, com retornos de ações IID, estaremos rejeitando a hipótese nula de validade do modelo mais freqüentemente do que deveríamos. Os autores relatam que o viés é reflexo do fato de que a variância condicional dos erros no modelo, que assume normalidade, não é mais independente do retorno do portfólio de mercado. Segundo Campbell et alii (1997, p. 210), a distribuição t multivariada[2] para os retornos de ações pode ser motivada tanto empiricamente quanto teoricamente. Hamada e Valdez (2004) derivaram o modelo CAPM, na versão Sharpe-Lintner, sob a consideração de que o vetor (R_i, R_m) pertença à classe das distribuições elípticas (e.g. distribuição t multivariada e distribuição normal multivariada). Huffer e Park (2005) construíram um teste a fim de avaliar a hipótese de distribuição elíptica simétrica multivariada. Este teste não pode ser aplicado no nosso contexto de retornos de ações, pois há a suposição de que as p observações provenientes dos vetores aleatórios $p \times 1$ sejam IID. Portanto, admitiremos a plausibilidade da t multivariada.

Definição: Um vetor aleatório $\mathbf{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)^T$ tem uma distribuição elíptica com parâmetros $\underset{n\times 1}{m}$ e $\underset{n\times n}{\mathrm{S}}$ se a função característica[3] puder ser expressa da seguinte forma:

$$E\left[e^{i\boldsymbol{t}^T X}\right] = \exp\left[i\boldsymbol{t}^T m\right] g_p\left[\boldsymbol{t}^T \mathrm{S}\boldsymbol{t}\right], \qquad (0.6)$$

sendo que $g_p[\cdot]$ é uma função escalar conhecida como geradora de densidade[4], $\boldsymbol{t}^T$ é um vetor de índices e S é dado por:

$$\mathrm{S} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T, \qquad (0.7)$$

para alguma matriz $\underset{n\times m}{\boldsymbol{A}}$.

Se a variável aleatória X apresenta distribuição elíptica, então podemos representá-la por:

$$X \sim E_p(m, \mathrm{S}, g_p). \qquad (0.8)$$

Uma função de densidade de probabilidades (f.d.p.) elíptica apresenta a seguinte expressão:

$$f_X(\boldsymbol{x}) = \frac{c_p}{\left(\det[\mathrm{S}]^{1/2}\right)} g_p\left\{\left(\boldsymbol{x} - m\right)^T \mathrm{S}^{-1}\left(\boldsymbol{x} - m\right)\right\}, \qquad (0.9)$$

sendo que c_p é a constante de normalização obtida por Landsman e Valdez (2002 *apud* HAMADA & VALDEZ, 2004, p. 7) de acordo com $\frac{\Gamma[p/2]}{p^{p/2}}\left[\int_0^\infty x^{p/2-1} g_p(x)dx\right]^{-1}$, m é o parâmetro de locação e S é a matriz de covariâncias.

A classe de distribuições elípticas possui a propriedade de linearidade que é muito útil na teoria de portfólios, ou seja, se assumirmos que os retornos de ativos possuem distribuição elíptica, então o retorno do portfólio destes ativos terá distribuição elíptica. Matematicamente, se $X_k \sim E_m(m_k, s_k^2, g_m)$ com $k = 1, 2, ..., n,$ então a soma destas variáveis aleatórias $S = X_1 + X_2 + ... + X_k$ terá a seguinte distribuição:

[1] Estes comentários também valem para a versão zero-beta (CHOU, 2000).

[2] A utilização da distribuição t multivariada em retornos de ações implica consistência entre a análise retorno esperado-variância e a maximização da utilidade esperada. Ver Ingersoll Jr (1987, p. 104).

[3] A função característica de uma $v.a.$ X é definida como: $C(t) = E[e^{itX}]$.

[4] As condições necessárias e suficientes para que uma função escalar seja uma geradora de densidade se encontram em Fang et alii (1990 *apud* HAMADA & VALDEZ, 2004).

$$S \sim E_n(\boldsymbol{t}^{\boldsymbol{T}} m, \boldsymbol{t}^{\boldsymbol{T}} \mathrm{S}\boldsymbol{t}, g_m). \tag{0.10}$$

Um resultado crucial a ser utilizado na derivação do modelo CAPM é o Lemma de Stein para distribuições elípticas. Sendo assim:

Lemma de Stein: Seja um vetor bivariado $(X, Y) \sim E_2(m, \mathrm{S}, g_2)$ com gerador de densidade denotado por g_2. Se h é uma função diferenciável em $\mathbb{R}$, então:

$$Cov[h(X), Y] = \frac{c}{\tilde{c}} \times Cov[X, Y] \times E[h'(\tilde{X}), \tag{0.11}$$

sendo que $\tilde{X} \sim E_1\left(m_X, s_X^2, -\int g_2\right)$ e $\tilde{c}$ é a constante de normalização de $\tilde{X}$.

É importante notar que não há a necessidade de que as variáveis X e Y devam ser IID a fim de se obter o resultado mostrado em (2.11). A classe de distribuições elípticas (e.g. t multivariada) proporciona uma maior flexibilidade para a modelagem das caudas da distribuição com a possibilidade de que os retornos dos ativos possuam valores extremos com probabilidades significantes. A estrutura de dependência dos retornos será captada pela matriz de covariâncias e pela função geradora de densidade.

2.1.2 Equação básica para a precificação de ativos

Esta revisão de conceitos se encontra na obra de Cochrane (2001, p. 6-8). O comportamento dos investidores é modelado pela função utilidade $U(c_t, c_{t+1})$ na qual é definida sobre valores de consumo atual e futuros.

$$U(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + b E_t[u(c_{t+1})], \tag{0.12}$$

sendo que c_t denota o consumo na data t e b denota a taxa de impaciência do investidor. Freqüentemente utiliza-se de uma função utilidade potência, cuja expressão é dada por:

$$u(c_t) = \frac{1}{1-g} c_t^{1-g}. \tag{0.13}$$

O limite quando $g \to 1$ é:

$$u(c) = \ln(c). \tag{0.14}$$

A expressão (2.14) é denominada de função utilidade logarítmica. Na função utilidade logarítmica, o consumo do investidor é proporcional a sua riqueza. A função utilidade captura o desejo fundamental por mais consumo, ao invés do desejo por objetivos intermediários tais como a média e a variância do portfólio. A função utilidade $u(\cdot)$ é crescente, refletindo um desejo por mais consumo, e côncava, refletindo um declínio do valor marginal do consumo. Assume-se que os investidores podem livremente comprar ou vender o *payoff* x_{t+1} conforme o desejo deles ao preço p_t.

Cochrane (2001, p. 7) mostra que a equação básica de precificação de ativos pode ser expressa por:

$$p_t = E_t\left[b \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1}\right], \tag{0.15}$$

sendo que m será é o fator de desconto estocástico (ou taxa de substituição marginal). Assim,

$$m = m_{t+1} = b \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}. \tag{0.16}$$

Se não houvesse incerteza, poderíamos expressar os preços via a equação padrão do valor presente:

$$p_t = \frac{1}{r_f} x_{t+1}, \tag{0.17}$$

sendo que r_f é a taxa bruta livre de risco. Portanto, (2.15) se tornará:

$$p_t = E_t[m_{t+1} x_{t+1}], \tag{0.18}$$

ou

$$p_t = E_t[m \cdot x]. \tag{0.19}$$

Para ações, o *payoff* será igual ao preço p_{t+1} mais o dividendo d_{t+1} . Freqüentemente, divide-se o *payoff* x_{t+1} pelo preço p_t a fim de obter o retorno bruto

$$r_{t+1} = \frac{x_{t+1}}{p_t}. \tag{0.20}$$

Aplicando $\log(\cdot)$ em (2.20), obtemos o retorno composto continuamente R_{t+1}

$$R_{t+1} = \log\left(\frac{x_{t+1}}{p_t}\right). \tag{0.21}$$

Supondo a existência de um retorno *R* como um *payoff* de preço unitário. Se você pagar um real hoje, o retorno será a quantidade de reais ou de unidades de consumo que você obterá amanhã. Dessa forma,

$$1 = E[mR]. \tag{0.22}$$

Como o ativo livre de risco R_f é independente do fator *m*,

$$R_f = 1/E[m]. \tag{0.23}$$

Cochrane (2001, p. 20-21), declara a seguinte propriedade para a fronteira eficiente: Cada ponto da fronteira eficiente apresenta correlação negativa perfeita com o fator de desconto estocástico *m* (e correlação perfeita positiva com o consumo), portanto, em um modelo uniperiódico, podem-se escolher constantes *a* e *b* tal que:

$$m = a + bR_{FR}, \tag{0.24}$$

sendo que R_{FR} é qualquer portfólio da fronteira. Para o caso do modelo CAPM não-condicional uniperiódico, R_{FR} será fixado como sendo o portfólio de mercado (ou portfólio de riqueza) R_m (COCHRANE, 2001, p. 152). O fator de desconto *m* será denotado por m^*,

$$m^* = a + bR_m. \tag{0.25}$$

Para o modelo CAPM zero-beta, o retorno do portfólio zero-beta R_{om} associado com o portfólio de mercado terá a seguinte propriedade:

$$Cov[m^*, R_{om}] = 0. \tag{0.26}$$

Dessa forma,

$$E[R_{om}] = 1/E[m^*]. \tag{0.27}$$

Como $Cov[A,B] = E[AB] - E[A]E[B]$, para quaisquer *v.a.* A e B , a equação (2.22) pode ser escrita da seguinte forma:

$$1 = E[m^*]E[R_i] + Cov[m^*, R_i]. \tag{0.28}$$

Substituindo (2.23) em (2.28), obtemos:

$$E[R_i] - R_f = -R_f \cdot Cov[m^*, R_i]. \tag{0.29}$$

Analogamente, substituindo (2.27) em (2.28), obtemos:

$$E[R_i] - E[R_{om}] = -E[R_{om}] \cdot Cov[m^*, R_i]. \tag{0.30}$$

Substituindo R_m por R_i em (2.29), tem-se:

$$E[R_m] - R_f = -R_f \cdot Cov[m^*, R_m]. \tag{0.31}$$

Dividindo (2.29) por (2.31), teremos

$$E[R_i] = R_f + \frac{Cov[m^*, R_i]}{Cov[m^*, R_m]} \cdot \left(E[R_m] - R_f\right) = R_f + b_{im}^* \left(E[R_m] - R_f\right), \tag{0.32}$$

sendo que b_{im}^* é não-observável, pois não conhecemos explicitamente o componente m^*.

Para que a condição de linearidade em (2.32) seja satisfeita, devemos supor alguma distribuição de probabilidades para o vetor (R_i, R_m). Supondo que o par (R_i, R_m) tenha distribuição elíptica bivariada (e.g. distribuição *t* bivariada), podemos utilizar o Lemma de Stein para distribuições elípticas declarado em (2.11). Dessa forma, utilizando-se de (2.11), (2.25) e (2.16), $b_{im}{}^{*}$ resultará em:

$$b_{im}{}^{*} = \frac{Cov[m^{*}, R_i]}{Cov[m^{*}, R_m]} = \frac{(c/\tilde{c}) \cdot Cov[a + bR_m, R_i] \cdot b\, E\left[\dfrac{u''(\tilde{c}_{t+1})}{u''(\tilde{c}_t)}\right]}{(c/\tilde{c}) \cdot Cov[a + bR_m, R_m] \cdot b\, E\left[\dfrac{u''(\tilde{c}_{t+1})}{u''(\tilde{c}_t)}\right]}. \qquad (0.33)$$

Pelas propriedades do operador covariância, tem-se que:

$$b_{im}{}^{*} = \frac{Cov[a, R_i] + b \cdot Cov[R_m, R_i]}{Cov[a, R_m] + b \cdot Cov[R_m, R_m]} = \frac{Cov[R_m, R_i]}{Var[R_m]} = b_{im}. \qquad (0.34)$$

A derivação econômica mostrada acima não supõe a condição de que os retornos de ações sejam IID. Além do mais, o Lemma de Stein em (2.33) nos possibilita a utilização de qualquer função utilidade que apresente às seguintes propriedades: $U' > 0$ e $U'' < 0$. Analogamente ao que foi realizado em (2.33), pode-se derivar o modelo CAPM zero-beta, utilizando-se de (2.27) ao invés de (2.23).

3. ESCOLHA DO MÉTODO ECONOMÉTRICO

Torna-se necessário investigar se os retornos de ações e o portfólio de mercado (IBOVESPA) são IID e normais a fim de selecionar qual será a abordagem, por MV (máxima verossimilhança) ou por GMM (método dos momentos generalizados), mais adequada para testar a aderência do modelo CAPM no mercado de capitais brasileiro.
Segundo Morettin e Toloi (2004, p. 10), Cont (2001, p. 224) e Pagan (1996, p. 18-21), os principais fatos estilizados relacionados aos retornos financeiros são os seguintes:
- Os retornos são, em geral, não autocorrelacionados serialmente, mas dependentes sob uma estacionariedade fraca. A questão da estacionariedade foi investigada por Pagan (1996, p. 18-21) via teste ADF[5] em relação a uma amostra de log-retornos de ações e índices de ações norte-americanos;
- Decaimento lento da função de auto-correlação dos quadrados dos retornos;
- A distribuição (não-condicionada) dos log-retornos é leptocúrtica[6] e, em geral, aproximadamente, simétrica;
- A série de log-retornos apresenta *clusters* de volatilidade ao longo do tempo, ou seja, há a presença de heterocedasticidade condicionada[7].

Conforme Campbell et alii (1997, p. 208), a utilização do método dos momentos generalizados (GMM) resolve o problema de robustez dos testes do CAPM. Os testes com GMM nos garantem robustez dos resultados mesmo na presença de dependência serial e de heterocedasticidade no retorno condicionado dos ativos do mercado. Nesse caso, precisamos assumir apenas que os retornos em excesso dos ativos sobre o portfólio de mercado é estacionário e ergódico no quarto momento.
Aqui a avaliação empírica se utilizará de ativos brasileiros que possuem alta liquidez no mercado, i.e., aqueles que compõem o índice BOVESPA. Primeiramente, obtemos uma listagem dos ativos que

5 O teste ADF serve para verificar se a série de tempo é um modelo AR(p) estacionário ou um AR(p) não-estacionário. Ver detalhes em Hamilton (1997, p. 516).
6 Rose e Smith (2002, p. 40) afirmam que se o coeficiente de curtose k de uma determinada variável aleatória *X*, no qual é definido como $E\left[\left(\dfrac{X-m}{s}\right)^4\right]$, for maior do que três, dizemos que a f.d.p. desta variável X é leptocúrtica.
7 Dessa forma, a variância condicional poderá ser modelada por modelos da família ARCH. Ver Morettin (2004, p. 313-348).

tiveram uma alta negociação (mínima de 90%) no ano de 2004 através do site[8] da RiskTech™. A partir de tal lista, filtramos os ativos cuja negociação mínima fosse de 90% entre 2/1/1995 até 30/12/2004[9]. São eles: Acesita PN (ACES4), Ambev PN (AMBV4), Aracruz PNB (ARCZ6), Brasil ON (BBAS3), Bradesco PN (BBDC4), Belgo Mineira PN (BELG4), Banespa PN (BESP4), Cesp PN (CESP4), Cemig PN (CMIG4), Copel ON (CPLE3), CSN ON (CSNA3), Sid. Tubarão PN (CSTB4), Eletrobrás ON (ELET3), Embratel Part. PN (EBTP4), Embraer PN (EMBR4), IBOVESPA (IBOV), Bco. Itaú Hold. PN (ITAU4), Ligth ON (LIGH3), Petrobrás PN (PETR4), Ipiranga Pet. PN (PTIP4), Telesp Operac PN (TLPP4), Unibanco PN (UBBR4), Usiminas PNA (USIM5), Vale do Rio Doce PNA (VALE5), Votorantim C P PN (VCPA4), Braskem PNA (BRKM5) e Brasil Telecom PN (BRTO4).

3.1 Verificação da hipótese IID

Aplicaremos o conhecido teste BDS[10], desenvolvido por Brock et alii (1996), a fim de verificar se a série dos log-retornos de ações são IID. O teste BDS é um teste portmanteau relacionado a dependência em séries de tempo. Conforme Fernandes e Preumont (2003, p. 4), o BDS apresenta um alto poder contra uma variedade de modelos lineares, não-lineares e não-estacionários.

O teste BDS foi executado da segunda até a sexta dimensão, portanto, uma determinada série temporal de log-retornos diários de ações rejeitará a hipótese nula se, e somente se, pelo menos um dos cinco níveis descritivos do teste (p-valor) forem menores do que o nível de significância de 5%.

Ativos	Dim. 2	Dim. 3	Dim. 4	Dim. 5	Dim. 6
ACES4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AMBV4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ARCZ6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BBAS3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BBDC4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BELG4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BESP4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CESP4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CMIG4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CPLE3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CSNA3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CSTB4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ELET3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EBTP4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EMBR4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
IBOV	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ITAU4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
LIGH3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
PETR4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
PTIP4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
TLPP4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
UBBR4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
USIM5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
VALE5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
VCPA4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

[8] O site é www.risktech.com.br

[9] Este período foi utilizado devido à política de estabilização econômica proporcionada pelo Plano Real.

[10] Veja detalhes teóricos em Pagan (1996, p.27). O teste BDS foi executado no software econométrico E-Views 5.0.

BRKM5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BRTO4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabela 1 - Resultados obtidos pelo teste BDS nas respectivas dimensões.

Em vista dos resultados obtidos na Tabela 1, verifica-se que todas as séries acima não podem ser consideradas IID ao nível de 5%.

3.2 Verificação da Normalidade

Segundo Richardson e Smith (1993, p. 296), se um vetor de retornos de ativos $\boldsymbol{R}_t$ possui distribuição normal multivariada, então cada componente R_{it} de $\boldsymbol{R}_t$ possui distribuição normal univariada. Embora, a condição de normalidade univariada não implique em normalidade multivariada, a rejeição da normalidade univariada é suficiente para rejeitarmos a condição de normalidade multivariada. Portanto, torna-se crucial que utilizemos um teste de normalidade univariada que não suponha que as observações sejam IID. Bai e Ng (2005, p. 52)[11] formularam um teste de normalidade sob a consideração de que os dados devam ser somente fracamente estacionários. Bai e Ng (2005, p. 57) mostraram, por simulações, que este teste apresenta um aceitável poder (em média acima de 80%) para amostras contendo 500 observações. Os resultados do teste de normalidade de Bai e Ng (2005) se encontram a seguir.

Ativos	p-valor	Ativos	p-valor
ACES4	0.00	EMBR4	0.00
AMBV4	0.00	IBOV	0.00
ARCZ6	0.00	ITAU4	0.00
BBAS3	0.00	LIGH3	0.00
BBDC4	0.00	PETR4	0.00
BELG4	0.00	PTIP4	0.00
BESP4	0.00	TLPP4	0.00
CESP4	0.00	UBBR4	0.00
CMIG4	0.00	USIM5	0.00
CPLE3	0.00	VALE5	0.00
CSNA3	0.00	VCPA4	0.00
CSTB4	0.00	BRKM5	0.00
ELET3	0.00	BRTO4	0.00
EBTP4	0.00		

Tabela 2 – Resultados obtidos pelo teste de Bai e Ng (2005).

Pela Tabela 2, rejeitamos a hipótese nula de normalidade univariada para todos os log-retornos analisados ao nível de 5%. Como não há índicios de que os retornos de ações individuais sejam normais, não há a necessidade de utilizarmos um teste de normalidade multivariada[12]. Sendo assim, não há evidências significativas de que os log-retornos das ações analisadas sejam IID e que, conjuntamente, resultem em uma distribuição normal multivariada. Portanto, optaremos pela utilização do método econométrico GMM a fim de testar a validade do CAPM não-condicional.

4 ABORDAGEM GMM

4.1 Versão Sharpe-Lintner

Define-se $\underset{N\times 1}{\boldsymbol{Z}_t}$ como um vetor de retornos em excesso para N ativos (ou portfólios de ativos). Para estes N ativos, os retornos em excesso podem ser descritos com a utilização do modelo de mercado multivariado:

[11] Este teste foi desenvolvido no software Mathematica 5.1.

[12] Richardson e Smith (1993) propuseram um teste de normalidade multivariada via GMM. Este teste leva em consideração alguns momentos centrados e alguns co-momentos da distribuição normal multivariada.

$$\boldsymbol{Z}_t = a + b\, Z_{mt} + e_t, \tag{0.35}$$

$$E[e_t] = \mathbf{0}, \tag{0.36}$$

$$E\left[e_t e_t^T\right] = \mathrm{S}, \tag{0.37}$$

$$E[Z_{mt}] = m_m, \;\; E\left[\left(Z_{mt} - m_m\right)^2\right] = s_m^{\;2}, \tag{0.38}$$

$$Cov\left[Z_{mt}, e_t\right] = \mathbf{0}, \tag{0.39}$$

sendo que $\underset{N\times 1}{b}$ é o vetor de betas, Z_{mt} é o retorno em excesso do portfólio de mercado no tempo *t*, $\underset{N\times 1}{a}$ e $\underset{N\times 1}{e_t}$ são vetores dos interceptos e dos resíduos, respectivamente. A implicação do modelo CAPM na versão Sharpe-Lintner para (4.1) é que todos os elementos do vetor a são iguais a zero. Esta implicação advém do resultado de (2.3) ao qual mostra que $E[Z_t] = b_{im} E[Z_{mt}]$, portanto, $E[a]$ deverá ser igual a zero em (4.1). Se todos os elementos de a são iguais a zero, então o portfólio de mercado é um portfólio de tangência, ou seja, encontra-se na fronteira eficiente tangenciando a linha de mercado de capitais. O teste GMM para a versão de Sharpe-Lintner (SL) foi desenvolvido por Mackinlay e Richardson (1991). Os principais aspectos deste teste se encontram em Campbell et alii (1997, p. 208-210). Para utilizar o GMM devemos construir um vetor de momentos condicionados com esperança igual a zero. O vetor de resíduos proporciona *N* condições de momentos, e o produto do retorno em excesso do portfólio de mercado e o vetor de resíduos proporcionam outras *N* condições de momentos. Devemos construir uma função $f_t(q)$, tal que:

$$f_t(q) = \boldsymbol{h}_t \otimes e_t, \tag{0.40}$$

sendo que $\otimes$ representa o produto de Kronecker[13], $\boldsymbol{h}_t = [\mathbf{1}\; Z_{mt}]$, $e_t = \boldsymbol{Z}_t - a - b\, Z_{mt}$ e $q^T = \left[a^T \;\; b^T\right]$.
Portanto, temos:

$$f_t(q) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z}_t - a - b\, Z_{mt} \\ Z_{mt}\left(\boldsymbol{Z}_t - a - b\, Z_{mt}\right) \end{pmatrix}. \tag{0.41}$$

A especificação do modelo de mercado para retornos em excesso implica que $E\left[f_t(q)\right] = \mathbf{0}$, onde q_o é o vetor dos verdadeiros parâmetros de q. Estas condições de momentos formam o núcleo para a abordagem GMM em termos de estimação e testes de hipótese. O procedimento é encontrar um estimador que faça com que a combinação linear da média amostral dos momentos condicionados seja zero. A média amostral pode ser descrita como:

$$g_t(q) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} f_t(q). \tag{0.42}$$

O estimador GMM, $\hat{q}$, será tal que minimize a função quadrática

$$Q_T(q) = g_t(q)^T \boldsymbol{W} g_t(q), \tag{0.43}$$

sendo que $\underset{2N\times 2N}{\boldsymbol{W}}$ é a matriz positiva-definida de pesos. *N* é igual ao número de portfólios. Como este sistema é exatamente identificado, a minimização da função quadrática será dada por $g_t(q) = \mathbf{0}$ para qualquer matriz de pesos ***W***. Segundo Campbell et alii (1997, p. 209), os estimadores do GMM são idênticos aos estimadores de máxima verossimilhança (MV). Isto não é surpresa, pois o nosso sistema é

[13] Para $\underset{m\times n}{\boldsymbol{A}}$ e $\underset{p\times q}{\boldsymbol{B}}$, $\underset{(mp)\times(nq)}{\boldsymbol{A}\otimes\boldsymbol{B}}$ será igual a $\begin{pmatrix} a_{11}\boldsymbol{B} & \cdots & a_{1(nq)}\boldsymbol{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{(mp)1}\boldsymbol{B} & \cdots & a_{(mp)(nq)}\boldsymbol{B} \end{pmatrix}$.

exatamente identificado[14] e as variáveis instrumentais são as mesmas das utilizadas no modelo por MV. Segundo Bonomo et alii (2004), a vantagem do GMM está na robustez da matriz de covariâncias dos estimadores, o que permite maior segurança no teste de hipótese da validade do modelo CAPM. A matriz de covariâncias de $\hat{q}$ é dada por:

$$\boldsymbol{V} = \left[\boldsymbol{D}_o^T \boldsymbol{S}_o^{-1} \boldsymbol{D}_o \right]^{-1}, \tag{0.44}$$

sendo que

$$\boldsymbol{D}_o = E\left[\frac{\partial g_t(q)}{\partial q^T} \right], \tag{0.45}$$

$$\boldsymbol{S}_o = \sum_{t=-\infty}^{+\infty} E\left[f_t(q) f_{t-1}(q)^T \right]. \tag{0.46}$$

A distribuição assintótica de $\hat{q}$ é uma normal multivariada. Assim, temos:

$$\hat{q} \sim N\left(q,\ \frac{1}{T}\boldsymbol{V} \right). \tag{0.47}$$

A aplicação do resultado em (4.13) exige estimadores consistentes para as matrizes $\boldsymbol{D}_o$ e $\boldsymbol{S}_o$, que são desconhecidas. Para $\boldsymbol{D}_o$, temos:

$$\hat{\boldsymbol{D}}_T = \begin{pmatrix} 1 & m_m \\ m_m & \left(s_m^2 + m_m^2 \right) \end{pmatrix} \otimes I_N. \tag{0.48}$$

A fim de estimar uma matriz consistente para $\boldsymbol{S}_o$ é necessário assumir que a soma dos termos da matriz seja finita[15]. Na prática temos dificuldade para encontrar um estimador para $\boldsymbol{S}_o$, pois, numa amostra finita, existem apenas finitas auto-covariâncias; portanto, não podemos permitir que os números de auto-covariâncias estimadas cresça muito rapidamente. Usaremos o estimador proposto por Newey e West (1987)[16]

$$\boldsymbol{S}_T^{(\hat{q})} = \hat{\Gamma}_{o,T} + \sum_{n=1}^{q} \left(1 - \frac{n}{q+1} \right) \left(\hat{\Gamma}_{n,T} + \hat{\Gamma}_{n,T}^T \right), \tag{0.49}$$

$$\hat{\Gamma}_{n,T} = (1/T) \sum_{t=n+1}^{T} \left[f_t\left(\hat{q}\right) f_{t-n}\left(\hat{q}\right)^T \right]. \tag{0.50}$$

Com esses estimadores, podemos construir a estatística que usaremos para testar a hipótese nula do CAPM de SL ($\hat{a} = 0$).

$$J_{SL} = T\hat{a}^T \left[\boldsymbol{R} \left[\hat{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{T}}^T \left(\boldsymbol{S}_T^{(\hat{q})} \right)^{-1} \hat{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{T}} \right] \boldsymbol{R}^T \right]^{-1} \hat{a}, \tag{0.51}$$

com $\boldsymbol{R} = (1\ 0) \otimes I_N$ e $\boldsymbol{R}\hat{q} = \hat{a}$. Sob a hipótese nula,

$$J_{SL} \sim c_N^2. \tag{0.52}$$

4.2 Versão de zero-beta

[14] Macklinlay e Richarson (1991) denominam de teste GMM irrestrito (ou exatamente identificado), quando o número de condições de momentos é igual ao número de parâmetros.

[15] Ver detalhes em Campbell et alii (1994, p. 535).

[16] Newey-West (1987) sugeriu a seguinte estimativa:

$$\hat{S} = \hat{\Gamma}_o + \sum_{n=1}^{q} \left(1 - \frac{n}{q+1} \right) \left(\hat{\Gamma}_n + \Gamma_n^T \right),\ \hat{\Gamma}_n = \frac{1}{T} \sum_{t=n+1}^{T} \left(y_t - \bar{y} \right) \left(y_{t-n} - \bar{y} \right)^T \text{ com } q = \text{int}\left[4\left(N/100 \right)^{2/9} \right]$$

int[.] denota a parte inteira do argumento.

Na ausência da taxa livre de risco considera-se a versão zero-beta mostrada em (2.5). O retorno esperado do portfólio zero-beta $E\left[R_{om}\right]$ é um parâmetro desconhecido (não-observável). Definindo o retorno esperado do portfólio zero-beta como g , a versão zero-beta será:

$$E\left[\boldsymbol{R}_t\right] = ig + b\left(E\left[R_{mt}\right] - g\right), \tag{0.53}$$

$$E\left[\boldsymbol{R}_t\right] = \left(i - b\right)g + b\,E\left[R_{mt}\right]. \tag{0.54}$$

Definindo $\underset{N\times 1}{\boldsymbol{R}_t}$ como o vetor de retornos reais para *N* ativos (ou portfólios). Para estes *N* ativos, o modelo de mercado multivariado para os retornos reais é:

$$\boldsymbol{R}_t = a + b\,R_{mt} + e_t, \tag{0.55}$$

$$E[e_t] = 0, \tag{0.56}$$

$$E\left[e_t e_t^{\,T}\right] = \mathrm{S}, \tag{0.57}$$

$$E\left[R_{mt}\right] = m_m,\; E\left[\left(R_{mt} - m_m\right)\right] = s_m^{\,2}, \tag{0.58}$$

$$Cov\left[R_{mt}, e_t\right] = 0, \tag{0.59}$$

sendo que $\underset{N\times 1}{b}$ é o vetor dos betos dos ativos, R_{mt} é o retorno do portfólio de mercado no instante *t*, e $\underset{N\times 1}{a}$ e $\underset{N\times 1}{e_t}$ são os vetores dos interceptos e dos resíduos, respectivamente.

Comparando (4.20) com (4.21), a hipótese nula a ser testada para o modelo zero-beta é:

$$H_o:\;\; a = \left(i - b\right)g. \tag{0.60}$$

Chou (2000) desenvolveu um teste GMM específico a fim de avaliar o modelo CAPM zero-beta não-condicional. A hipótese nula mostrada em (4.26) será rearranjada da seguinte forma:

$$H_o:\;\; g\left(q\right) = \mathbf{0}. \tag{0.61}$$

Seja $g(q) = \left(g_1, \ldots, g_{N-1}\right)^T$, com $g_i = \dfrac{a_i}{1 - b_i} - \dfrac{a_{i+1}}{1 - b_{i+1}}$, para $i = 1, \ldots, N-1$. Há *2N* condições de momentos e *2N* parâmetros a serem estimados. Portanto, diz-se que o modelo está totalmente identificado. Para a abordagem GMM, sabe-se que o vetor de parâmetros $\hat{q}$ converge assintoticamente para uma distribuição normal multivariada[17]. Assim,

$$\hat{q} \sim N\left(q,\; \mathbf{V}/T\right). \tag{0.62}$$

Aplicando-se uma função real $g\left(\cdot\right)$ em (4.28), obtemos:

$$g\left(\hat{q}\right) \sim N\left(g\left(q\right),\; \frac{1}{T}\frac{\partial g}{\partial q^T}\boldsymbol{V}\frac{\partial g}{\partial q}^T\right). \tag{0.63}$$

Segundo Chou (2000, p. 476)[18], o teste de Wald para o modelo CAPM zero-beta J_{ZB} sob a hipótese nula, $g\left(q\right) = \mathbf{0}$, será:

$$J_{ZB} = T \cdot g\left(\hat{q}\right)^T \left[\left(\left.\frac{\partial g}{\partial q^T}\right|_{q=\hat{q}}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_T\left(\left.\frac{\partial g}{\partial q^T}\right|_{q=\hat{q}}\right)^T\right]^{-1} g\left(\hat{q}\right)^T \sim c^{\,2}_{N-1}. \tag{0.64}$$

Analogamente a (4.10), a matriz $\hat{\boldsymbol{V}}_T$ será igual a $\left[\boldsymbol{D}_T^{\,T}\boldsymbol{S}_T^{\,-1}\boldsymbol{D}_T\right]^{-1}$.

---

[17] Ver detalhes em Hamilton (1994).
[18] Chou (2000) cometeu um erro ao não multiplicar por T a estatística de Wald.

$$\boldsymbol{D}_T = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[I_N \otimes h_t\left(\hat{q}\right) h_t\left(\hat{q}\right)^T \right], \tag{0.65}$$

$$\boldsymbol{S}_T = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[e_t e_t^T \otimes h_t\left(\hat{q}\right) h_t\left(\hat{q}\right)^T \right], \tag{0.66}$$

sendo que $h_t\left(\hat{q}\right) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} e_t\left(\hat{q}\right) \otimes \left[1\ R_{mt}\right]$. O vetor $\hat{q}$ poderá ser estimado pelas fórmulas de máxima verossimilhança mostradas em Campbell et alii (1997, p. 191).

5. RESULTADOS OBTIDOS

Igualmente à Bonomo et alii (2004), os portfólios serão construídos a partir de ações da carteira do IBOVESPA, respeitando o critério de juntar ações do mesmo setor da economia. Os setores em questão serão: Siderurgia, Bancos, Papel e Celulose, Elétrico, Petroquímico e Telecomunicações. Estes setores agrupam o conjunto de ações diárias de maior liquidez no período de janeiro de 1995 até dezembro de 2004. Conforme Bonomo et alii (2004), Silva e Motta (2002), utilizaremos o índice BOVESPA como *proxy* do mercado, a taxa de juros efetiva mensal do SELIC e a taxa efetiva mensal do CDI (Certificado de Depósito Interbancário), como ativos livres de risco no teste GMM do modelo CAPM de Sharpe-Lintner (SL), e o índice IGP-DI a fim de ajustar os retornos nominais para a sua utilização posterior no modelo CAPM zero-beta. A listagem a seguir nos mostra a composição dos ativos em seus respectivos setores econômicos:

- Setor de Siderurgia: Vale PN; Acesita PN; Sid. Tubarão PN; Usiminas PNA; Belgo PN; Sid. Nacional ON.
- Setor Bancário: Bradesco PN; Itaú PN; Unibanco PN; Banco do Brasil PN e Banespa PN.
- Setor Elétrico: CESP PN; CEMIG PN; Eletrobrás PNB; Copel ON e Ligth ON.
- Setor Petroquímico: Petrobrás PN; IpirangaPN; Petrobrás ON e Braskem PNA.
- Setor de Telecomunicações: Brasil Telecom PN; Brasil Telecom ON e Telesp Operac. PN.
- Setor de Papel e Celulose: Aracruz PNB e Votorantim CP PN.

Em relação ao teste GMM para os modelos CAPM de SL, obtemos os seguintes resultados:

Período	J_{SL}	p-valor
2/1/95 até 31/12/99	80,3281	0,0000
2/1/00 até 31/12/04	9,2923	0,1578
2/1/95 até 31/12/04	54,7820	0,0000

Tabela 3 – Teste GMM para o modelo CAPM de SL (taxa SELIC)

Período	J_{SL}	p-valor
2/1/95 até 31/12/99	78,7798	0,0000
2/1/00 até 31/12/04	9,2794	0,1585
2/1/95 até 31/12/04	53,8387	0,0000

Tabela 4 – Teste GMM para o modelo CAPM de SL (taxa CDI)

Pelas Tabelas 3 e 4, verifica-se que o modelo CAPM de SL, tanto em termos da SELIC como do CDI, não pode ser rejeitado ao nível de 5% para o período de 2/1/00 até 31/12/04. Já para os períodos de 2/1/95 até 31/12/99 e de 2/1/95 até 31/12/04, tal modelo será rejeitado ao nível de 5%. Dessa forma, para o modelo CAPM de SL, tanto em termos da SELIC como do CDI, o índice BOVESPA se comportou como um portfólio eficiente somente no período de 2/1/00 até 31/12/04.

Em relação ao teste GMM para o modelo CAPM zero-beta[19], obtemos os seguintes resultados:

Período	J_{ZB}	p-valor
2/1/95 até 31/12/99	2,7089	0,7460
2/1/00 até 31/12/04	5,5987	0,3472
2/1/95 até 31/12/04	3,0081	0,6987

Tabela 5 – Teste GMM para o modelo CAPM zero-beta

Pela Tabela 5, verifica-se que o modelo CAPM zero-beta não pode ser rejeitado ao nível de 5% em nenhum dos três períodos analisados acima. Dessa forma, para o modelo CAPM zero-beta, o índice BOVESPA se comportou como um portfólio eficiente para todos os períodos analisados.

6. CONCLUSÃO

Primeiramente, derivamos economicamente o modelo CAPM não-condicional uni-periódico, tanto para a versão Sharpe-Lintner como para a versão zero-beta, com a suposição de que o par de retornos $\left(R_{i,} R_m\right)$ tenha uma distribuição elíptica bivariada, e que função de utilidade seja crescente e concâva.

Escolheu-se o método GMM a fim de testar o modelo CAPM não-condicional no mercado de capitais brasileiro, pois as séries dos log-retornos diários de ações não se mostraram normais e IID.

A partir dos resultados de Bonomo et alii (2004), Silva e Motta (2002) e aqueles pertencentes a este trabalho (Tabelas 3, 4 e 5), conclui-se que o modelo CAPM não-condicional zero-beta comportou-se de forma mais satisfatória, em termos da eficiência média-variância, do que o modelo CAPM não-condicional de SL. Além do mais, na versão zero-beta, não necessitamos utilizar alguma taxa da economia como *proxy* da taxa livre de risco. Em relação ao modelo CAPM de SL não houve diferenças significativas nos resultados obtidos quando da comparação entre a SELIC e o CDI.

Conforme relatado em Braga et alii (1997), do período de junho de 1989 a junho de 1996, o retorno médio do CDI foi maior que o do IBOVESPA. As diversas crises que ocorreram durante o período forçaram o governo brasileiro a aumentar a taxa de juros. Conforme relatado em Cordeiro et alii (1999), com o objetivo de diminuir especulações financeiras resultantes da crise asiática sobre a economia nacional, o Banco Central dobrou a taxa SELIC, passando de 22% em setembro de 1997 para 42,2% em outubro de 1997. Durante a crise russa, a taxa SELIC aumentou de 33,5% para 39,3% no período de setembro a outubro de 1998. Estes fatores corroboram para que o modelo CAPM de SL, tanto em termos da SELIC como do CDI, fosse rejeitado ao nível de 5% para o período de 2/1/95 até 31/12/98. Dessa forma, os resultados corroboram para que a taxa SELIC e o CDI não sejam considerados como ativos livre de risco.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAI, J.; NG, S. ***Tests for Skewness, Kurtosis, and Normality for Time Series Data***. Journal of Business and Economics Statistics, v. 23, p. 49-60, 2005.

BONOMO, Marco (Org.). Finanças Aplicadas ao Brasil. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2004.

BRAGA, C. M. ; MESCOLIN, A.; COSTA JR., N. C. A. Risco e Retorno das *value* e *growth stocks* no mercado de capitais brasileiro. In: ENANPAD, 21, Rio das Pedras, 1997.

BROCK, W. A. ***A test for independence based on the correlation dimension***. Econometric Reviews, v. 15, p. 197-235, 1996.

CAMPBELL, John; LO, A. W.; MACKINLAY, C. ***The Econometrics of Financial Markets***. New Jersey: Princeton University Press, 1997.

CHOU, Pin-Huang. ***Alternative tests of the zero-beta CAPM***. The Journal of Financial Research, v. 23, n. 4, p. 469-493, 2000.

COCHRANE, John H. ***Asset Pricing***. New Jersey: Princeton University Press, 2001.

[19] Este teste foi executado no software Mathematica 5.1.

CONT, Rama. ***Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues.*** Quantitative Finance, v. 2, p. 223-36, 2001.
CORDEIRO, F. F.; PEROBELLI, F. S.; ARBEX, M. A. Expectativas racionais e eficiência informacional: análise do mercado acionário brasileiro num cenário de regras no período de 1997-1999. In: ENANPAD, 23, Foz do Iguaçu, 1999.
FERNANDES, M.; PREUMONT, Y. P. ***The finite-sample size of the BDS test for GARCH standardized residuals.*** Working Paper.
HAMADA, M.; VALDEZ, E. A. ***CAPM and Option Pricing with Elliptical Distributions.*** Quantitative Finance Research Centre, University of Technology (Sydney), Research Paper Series, v. 120, p. 1-30, 2004.
HAMILTON, J. D. ***Time Series Analysis***. New York: Princeton University Press, 1997.
HUFFER, F. W.; PARK, C. ***A test for elliptical symmetry***. Journal of Multivariate Analysis, p. 1-26, 2005.
INGERSOLL JR., J. E. ***Theory of Financial Decision Making***. New York: Rowman & Littlefield, 1987.
LINTNER, J. ***Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification***. Journal of Finance, v. 20, p. 587-615, 1965.
MACKINLAY, A. C. ***On Multivariate Tests of the CAPM.*** Journal of Financial Economics, v. 18, p. 341-372, 1987.
MACKINLAY, A. C.; RICHARDSON, M. ***Using Generalized Methods of Moments to Test Mean-Variance Efficiency***. Journal of Finance, v. 46, p. 511-527, 199.
MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. Análise de Séries Temporais. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.
NEWEY, W.; WEST, K. ***A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix***. Econometrica, v. 55, p. 703-708, 1987.
PAGAN, Adrian. ***The Econometrics of Financial Markets***. Journal of Empirical Finance, v. 3, p. 15-102, 1996.
RICHARDSON, M.; SMITH, T. ***A Test for Multivariate Normality in Stock Returns***. Journal of Business, v. 66, p. 295-321, 1993.
ROLL, R. ***A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests Part I: On Past and Potential Testability of the Theory***, Journal of Financial Economics, p. 129-176, 1977.
ROSE, C.; SMITH, M. D. ***Mathematical Statistics with Mathematica.*** [S.l]: Springer-Verlag, 2002.
SHARPE, William. ***Mutual fund performance***. Journal of Business, p. 119-138, 1966.
SHARPE, William. ***Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk***. Journal of Finance, v. 19, p. 425-442, 1964.
SILVA, F. F.; MOTTA, L. F. J. Teste do CAPM zero-beta no mercado de capitais brasileiro. Revista de Economia e Administração, v. 1, n. 4, p. 72-88, 2002.
STAMBAUGH, R. ***On the Exclusion of the Assets from Tests of the Two Parameter Model***. Journal of Financial Economics, v. 10, p. 235-268, 1982.
WOLFRAM, Stephen. ***Mathematica Book***. 5 th. ed. Champaign: Wolfram Media, 2003.